

文章编号: 1000-7598-(2014)11-3111-07

基于中主应力修正关系的边坡稳定性分析

龚文俊¹, 曾立峰², 孙军杰³, 李明永³

(1.北京航空航天大学 土木工程系, 北京 10083; 2.大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;
3.中国地震局 兰州地震研究所, 兰州 730000)

摘 要: 边坡稳定性分析时通常将应力条件简化为平面应变状态, 采用三轴试验强度计算出的边坡稳定性偏于保守。在充分考虑中主应力物理含义及力学机制的基础上, 将 Mises 屈服准则与 Mohr-Coulomb (简称 M-C) 内切圆屈服准则进行匹配, 得到了平面应变条件下土体屈服破坏时中主应力的理论修正关系, 进而也得到了该条件下最大主应力与最小主应力的比值关系, 从理论上证明了该比值关系是与土体平面应变破坏时内摩擦角成一定关系的常数, 也在平面应变试验中得到了验证, 从侧面反映出中主应力理论修正关系的合理性。由上述两种关系建立了土体平面应变破坏条件下的应力路径, 结合 Lade-Duncan 强度准则, 建立了平面应变条件下强度参数与三轴试验条件下强度参数转换公式, 由该转换公式得到的平面应变条件下的强度参数与平面应变试验实测值误差在 2% 左右, 大幅缩小了三轴试验实测值与平面应变试验实测值的误差。在均质边坡稳定分析中分别采用常规三轴试验强度值与由公式转换得到的平面应变强度值进行计算。研究结果表明, 三轴试验条件下内摩擦角为 $10^{\circ} \sim 20^{\circ}$ 之间时, 基于两种强度参数得出的安全系数相差不大; 当三轴试验条件下内摩擦角大于 20° 时, 平面应变条件下安全系数较三轴试验条件下提高 19% 左右, 但该成果只在文中计算案例有效, 两者误差的准确关系还有待于进一步研究。值得关注的是, 由于平面应变条件下土体强度变大, 边坡的临界滑面深度变浅了, 其形态相应变陡。

关 键 词: 边坡; 安全系数; 中主应力; 平面应变; 三轴试验; 强度准则

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Analysis of slope stability based on modified relationship of intermediate principal stress

GONG Wen-jun¹, ZENG Li-feng², SUN Jun-jie³, LI Ming-yong³

(1. Department of Civil Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;

2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

3. Lanzhou Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Usually, stress state of the soil is replaced by plane strain state when slope stability is analyzed, which leads to conservative results adopting triaxial tests. Based on fully considering the physical meanings and mechanisms of the intermediate principal stress, this paper proposes a modified relationship of intermediate principal stress in plane strain state when soil approaches ultimate strength making. Mises strength criterion identical to the circle internally tangent to M-C strength criterion, and we further derive the ratio of maximum principal stress to minor principal stress, which is a constant associated with internal frictional angle under plane strain state. The ratio has been proved by tests, which demonstrates the modified relationship of intermediate principal stress is reasonable. Based on the ratio and the modified relationship, the stress path under plane strain state is derived. Combined with Lade-Duncan strength criterion, the strength formula transformation between plane strain state and triaxial state is established. Then, comparisons between internal frictional angle derived from plane strain experiment and strength formula transformation show that the errors between the two frictional angle are only about 2%, which largely decrease the errors caused by triaxial test. Two different strength parameters, one of which is derived from triaxial test and another of which is derived from strength formula transformation, are used to evaluate the stability of a homogeneous slope. The results show that, when the internal friction angle in triaxial test state is between $10^{\circ} \sim 20^{\circ}$, the difference of safety factor based on the two different strength parameters is small; if it beyond 20° , the safety factor in plane strain state is about 19% larger than that under triaxial state. However, the results are only effective in this study, a further study is needed. Furthermore, the critical slip surface depth becomes shallower and shape becomes steeper with larger strength of soil under

收稿日期: 2014-06-12

基金项目: 国家自然科学基金 (No.51209186)。

第一作者简介: 龚文俊, 男, 1985 年生, 博士研究生, 主要从事边坡稳定方面研究。E-mail: gwj6641118@163.com

plane strain state.

Key words: slope; safety factor; intermediate principal stress; plane strain; triaxial test; strength criterion

1 引言

通常情况下边坡处于平面应变状态^[1-2]。极限平衡法是边坡稳定分析中最为重要的一种分析方法,土体强度一般采用 M-C 准则,由于其参数是基于三轴试验得出的,不能很好反映中主应力对土体强度的影响。大量的试验结果表明,平面应变条件下砂土峰值强度的内摩擦角比三轴试验高 $2^\circ \sim 8^\circ$ 。相应地,土体破坏时的毕肖甫 (Bishop) 应力参量 $b = 0.25 \sim 0.35$ ^[1]。

如何确定平面应变条件下中主应力进而得出合理的土体强度,对于正确评价边坡稳定性非常关键。张常光等^[3]、陈秋楠等^[4]采用 $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 作为土体屈服时的中主应力,明显偏大^[1]。张健等^[5]假定 $\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3)$ 作为中主应力,与实际破坏情形的符合度较差^[6]。江强等^[7]采用 $\sigma_2 = \sqrt{\sigma_1 \sigma_3}$ 缺乏合理的物理依据及确切解释。

本文在充分考虑中主应力物理含义及力学机制的基础上,对邓楚键等^[2]提出的中主应力进行了理论分析,给出了基于笔者分析的中主应力的一个修正关系,并得到了该中主应力与大、小主应力的关系,进而得到了土体破坏时的应力路径。同时,结合 Lade-Duncan 强度准则,建立了三轴试验条件下与平面应变条件下土体强度的转换公式,将其运用到边坡稳定性分析中,研究了平面应变条件下与三轴试验条件下安全系数的差距。对比分析结果表明,基于中主应力修正关系基础上的边坡稳定分析是合理的。

2 中主应力的理论修正

2.1 理论修正关系

李广信等^[8]认为,土体一般处于平面应变状态,而且很多情况下 2 个主动主应力往往还近似为比例加载。研究土体在平面应变状态和等应力比应力路径下的应力-应变规律,对于深化这类工程问题中土体强度变形特性的认识具有一定的意义。在平面应变条件下 0 应变方向的主应力即可能是中主应力,也可能是大主应力或小主应力。实际上只有土体在接近破坏状态时,0 应变方向主应力才是中主应力。当应力比 R 较小时,主应力之间保持为线弹性关系,此时 0 应变方向主应力为小主应力,可以用泊松比直接确定;当应力比 R 较大时,土体进入弹塑性状态,此时 0 应变方向主应力即为中主应力,但

确立起来就相当困难^[6]。相比之下,土体在达到破坏应力比情况下,0 应变方向中主应力大多采用特定应变路径 ($\varepsilon_p = 0, d\varepsilon_p = 0$, ε_p 为平面应变方向上的应变) 来确定,包括邓楚键等^[2]基于广义 Mises 提出的 0 应变方向主应力。

广义 Mises 准则表达为

$$F = aI_1 + \sqrt{J_2} - K = 0 \quad (1)$$

式中: I_1 、 J_2 分别为应力张量第一不变量和应力偏张量的第二不变量; a 、 K 分别为与岩土材料内摩擦角 φ 和黏聚力 c 有关的常数。

按照岩土塑性理论得到与广义 Mises 准则相联系的流动法则为

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \left(a\delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} \right) \quad (2)$$

在平面应变条件下, $d\varepsilon_z = d\varepsilon_{xz} = d\varepsilon_{yz} = 0$, 设在屈服时弹性应变不变,可得 $d\varepsilon_z^p = d\varepsilon_{xz}^p = d\varepsilon_{yz}^p = 0$, 由式 (2) 可得

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_z^p &= d\lambda \left[a + S_z / (2\sqrt{J_2}) \right] = 0 \\ d\varepsilon_{xz}^p &= d\lambda \left[S_{xz} / (2\sqrt{J_2}) \right] = 0 \\ d\varepsilon_{yz}^p &= d\lambda \left[S_{yz} / (2\sqrt{J_2}) \right] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则

$$S_z = -2a\sqrt{J_2} = S_2; S_{xz} = S_{yz} = 0 \quad (4)$$

$$\sigma_2 = S_2 + I_1/3 \quad (5)$$

由此

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{3}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - 3a\sqrt{J_2} = \frac{3}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - 3a\sqrt{J_2} \\ J_2 &= \frac{1}{4} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 / 4 + \tau_{xy}^2 \right] / (1 - 3a^2) = \\ &\quad \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{16} / (1 - 3a^2) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (1), 可得

$$\frac{3a}{2\sqrt{1-3a^2}}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - k/\sqrt{1-3a^2} = 0 \quad (7)$$

邓楚键在此将式 (7) 对应 M-C 内切圆屈服准则进行匹配,但其并未考虑到 0 应变方向主应力 $\sigma_2 = S_2 + I_1/3$ 对内摩擦角 φ 的影响,本文为了考虑

该应力对土体破坏时的内摩擦角 φ 的影响, 将其修正为 φ_p (平面应变破坏时的内摩擦角), 可得

$$\left. \begin{aligned} a &= \tan \varphi_p / \sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi_p} \\ K &= 3c / \sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi_p} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

将式 (8)、(6) 代入式 (5), 可得

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2}(1 - \sin \varphi_p) + \frac{\sigma_3}{2}(1 + \sin \varphi_p) \quad (9)$$

对于黏性土, 可以通过坐标平移与无黏性土统一, 其关系式为

$$\bar{\sigma}_i = \sigma_i + \sigma_0, \quad (i=1, 2, 3) \quad (10)$$

式中: σ_0 为黏聚应力。

$$\sigma_0 = c \cot \varphi_t \quad (11)$$

式中: c 为三轴试验条件下黏聚力; φ_t 为三轴试验内摩擦角。

由 M-C 准则可知,

$$\frac{\bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}_3} = \frac{1 + \sin \varphi_p}{1 - \sin \varphi_p} \quad (12)$$

将式 (12) 代入式 (9), 可得

$$\bar{\sigma}_2 = \cos \varphi_p \sqrt{\sigma_1 \sigma_3} \quad (13)$$

当黏聚力 c 为 0 时, 公式自动退化为无黏性土。

由式 (12) 可知

$$\varphi_p = \arcsin \left(\frac{R_p - 1}{R_p + 1} \right) \quad (14)$$

式中: $R_p = \bar{\sigma}_1 / \bar{\sigma}_3$ 。

由此可得毕肖普常数 b

$$b = \frac{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3}{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3} = \frac{\cos \varphi_p \sqrt{\sigma_1 \sigma_3} - \bar{\sigma}_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{\cos \varphi_p \sqrt{R_p} - 1}{R_p - 1} \quad (15)$$

2.2 基于试验结果对比的分析

本文选取李广信等^[7]承德中密砂平面应变试验进行对比。该试验首先将试样各向等压分别加载固结到 100、200、300、500 kPa, 然后令小主应力 σ_3 保持常数, 继续施加偏差应力进行剪切, 直至破坏。由图 1 可以看出, 各试样接近破坏时 $\sigma_1 / \sigma_3 \approx 4.6$, 0 应变方向的主应力均为中主应力。试样未达到破坏时, 在同一 σ_1 / σ_3 情况下常数 b 离散较大; 当试样达到破坏状态时, 各试样常数 b 非常接近, 为一常数, 可见同种土体在平面应变条件下, 土体破坏

由 $R_p = \sigma_1 / \sigma_3$ 控制。结合式 (14)、(15) 可知, 由本文推导出的常数 b 最终也由 $R_p = \sigma_1 / \sigma_3$ 控制, 表明本文使用的 0 应变方向主应力的合理性。通过与试验对比发现, 在土体未达破坏情况下, 修正的中主应力与实际值相差较大; 当土体接近破坏时修正的中主应力与实际值接近。这也反映出由本文提出的修正的中主应力可以正确预测土体在平面应变条件下破坏时的中主应力。

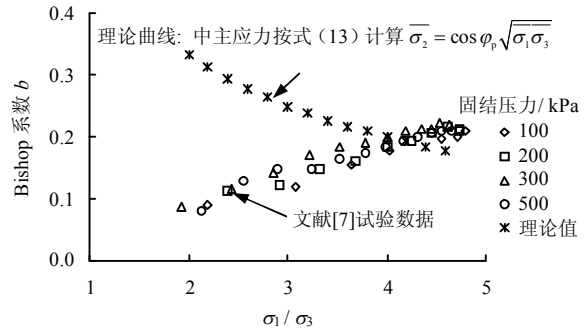


图 1 Bishop 常数-应力比关系(σ_3 =常数)^[7]

Fig.1 Relationships between Bishop constant and stress ratio (σ_3 =constant)^[7]

3 基于中主应力理论修正关系条件下的土体强度参数

基于中主应力修正关系得到了土体破坏条件下该中主应力与大、小主应力之间的关系, 从而得到了破坏条件下的应力路径, 考虑到 Lade-Duncan 强度准则能够正确反映不同应力路径条件下土体强度, 本文选取 Lade-Duncan 强度准则作为判断土体破坏的依据。

3.1 Lade-Duncan 强度准则

Lade 和 Duncan 根据砂土的真三轴试验结果整理得出 Lade-Duncan 强度破坏准则, 为了能够反映 $c-\varphi$ 材料, 通过引入黏结应力 σ_0 对其进行修正^[9]:

$$\bar{I}_1^3 / \bar{I}_3 = K_{Lade} \quad (16)$$

式中: $\bar{I}_3$ 为应力第三不变量, 且

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 \\ \bar{I}_3 &= \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2 \bar{\sigma}_3 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

3.2 平面应变条件下的强度参数

考虑在三轴试验条件($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) π 平面 $L-D$ 线与 M-C 线重合, $K_{Lade} = (3 - \sin \varphi_t)^3 / (1 + \sin \varphi_t) \cdot (1 - \sin \varphi_t)^2$ 为常数。

平面应变条件下:

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \cos \varphi_p \sqrt{\bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_3 + \bar{\sigma}_3} \quad (18)$$

$$\bar{I}_3 = \cos \varphi_p \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_3 \sqrt{\bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_3} \quad (19)$$

结合式(16)可得

$$\left(\bar{R}_p^{-1/2} + \cos \varphi_p + \bar{R}_p^{-1/2} \right)^3 = K_{Lade} \cos \varphi_p \quad (20)$$

结合式(12)可得

$$K_{Lade}^{1/3} \cos \varphi_p^{4/3} - \cos \varphi_p^2 - 2 = 0 \quad (21)$$

中主应力对黏聚力的影响,从试验与理论方面的研究都相对较少。本文为了计算方便,假定 σ_0 保持不变的基础,即

$$\sigma_0 = c_p \cot \varphi_p \quad (22)$$

式中: c_p 为破坏条件下对应的黏聚力。

进行公式转换,可得

$$c_p = c \cot \varphi_t / \cot \varphi_p \quad (23)$$

3.3 强度公式的试验验证

为了验证本文提出的平面应变强度准则的合理性,选取了2组平面应变抗剪强度试验对比。

文献[10]选取 $e_0 \approx 0.68$ 的 Toyoura 砂进行了常规三轴试验和平面应变试验,实测三轴条件下, $\varphi = 40^\circ$,平面应变条件下, $\varphi_p = 44.5^\circ$ 。文献[11]同样选取 Toyoura 砂进行了试验,但密度相对文献[10]略大, $e_0 = 0.66$ 。实测的三轴条件下, $\varphi = 41^\circ$,平面应变条件下, $\varphi_p = 46^\circ$ 。文献[12]则选取 Q_2 原状黄土进行了试验。三轴试验和平面应变实测的 $\varphi = 21.6^\circ$, $\varphi_p = 25^\circ$ 。文献[13]选取了小浪底土心墙土料(前苇园和西河清两料场)进行了试验,前苇园土料级配为砂粒25%,粉粒63%,黏粒12%。西河清土料与之相对分别为23%,60%和17%。前苇园三轴试验结果 $\varphi = 31^\circ$,平面应变条件下 φ_p 为 34° ,西河清三轴试验结果 $\varphi = 30.2^\circ$,平面应变试验结果 $\varphi = 36.4^\circ$ 。本文采用相对误差的方式进行误差评估,并将其与本文理论值进行对比,其计算公式为

$$e = \frac{|\varphi_i - \varphi_{pe}|}{\varphi_{pe}}, (i = p, t) \quad (24)$$

式中: φ_{pe} 为实测平面应变内摩擦角。其结果见表1。

通过对比不难发现,由本文提出的理论值与实测值最小误差为0,最大误差仅为4.6%,平均误

差为2.2%。相比之下,三轴试验条件下最小误差为8.8%,最大误差为17.0%,平均误差为12.8%。提高精度在10%左右。

表1 不同土体摩擦角
Table 1 Friction angle of different soil types

材料名称	平面应变 条件下 $\varphi_{pe} / (^\circ)$	三轴试验条件下		计算值	
		$\varphi_t / (^\circ)$	误差 /%	$\varphi_p / (^\circ)$	误差 /%
Toyoura 砂 ^[10]	44.5	40.0	10.1	44.99	1.1
Toyoura 砂 ^[11]	46.0	41.0	10.9	46.00	0.0
Q_2 原状黄土 ^[12]	25.0	21.6	13.6	24.75	1.0
前苇园心墙土料 ^[13]	34.0	31.0	8.8	35.56	4.5
西河清心墙土料 ^[13]	36.4	30.2	17.0	34.70	4.6

施维成等^[14]选取双江口粗粒土进行不同围压条件下的三轴试验和平面应变试验。其粒径分布为10~5 mm的颗粒占总质量的70%,粒径小于5 mm的颗粒占总质量的30%,试样为120 mm×60 mm×12 mm的长方体。分别进行 σ_3 为100、200、300、400 kPa的三轴试验和平面应变试验,将其试验结果与本文理论值进行对比,见表2。

表2 σ_3 常数的粗粒土理论值与试验结果对比
Table 2 Comparison between test and theory on the same coarse-grained soil under different σ_3

材料 名称	σ_3 / kPa	平面应变 $\varphi_{pe} / (^\circ)$	三轴试验		本文理论值	
			$\varphi_t / (^\circ)$	误差 /%	$\varphi_p / (^\circ)$	误差 /%
粗粒土 ^[14]	100	60.3	56.4	6.47	60.8	≈0
	200	55.9	53.0	5.19	57.7	3.2
	300	54.3	51.0	6.08	55.8	2.7
	400	52.3	49.4	5.54	54.3	3.8

由表2可知,本文理论与平面应变试验实测值误差在2%或3%左右,而三轴试验与其误差都在5%以上,可见本文理论的合理性,并且在一定程度上也反映出土体平面应变条件下破坏大都由破坏应力 R_p 比控制这一情况。

通过2组试验的对比发现,中主应力为 $\cos \varphi_p \cdot \sqrt{\sigma_1 \sigma_3}$ 时,结合Lade准则反映的内摩擦角与试验值极为接近,说明由本文提出的平面应变强度公式可以正确反映真实平面应变强度。

考虑到 $\sigma_2 = \cos \varphi_p \sqrt{\sigma_1 \sigma_3}$ 情况下 φ_p 为非线性方程,对理论应用于实际造成了一定的困难。而通过对该条件下理论值进行二次多项式拟合后,其拟合

函数为

$$\varphi_p = -0.0025\varphi_t^2 + 1.2236\varphi_t - 0.1188 \quad (25)$$

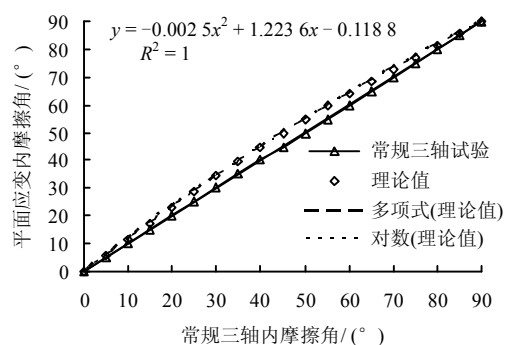


图 2 修正中主应力关系的线性转换

Fig.2 Linear transformation of modified relationships of intermediate principal stress

与理论值相关性为 1，拟合度非常高（见图 2），因此，可以将其作为平面条件与三轴试验条件内摩擦角 φ 的转换公式，同时得到对应的 c_p 。

4 边坡稳定计算对比

4.1 边坡条件

重度 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ ， $c = 20 \text{ kPa}$ ，设边坡高 50 m，坡顶距左边界为 125 m，坡脚距右边界为 75 m，如图 3 所示。

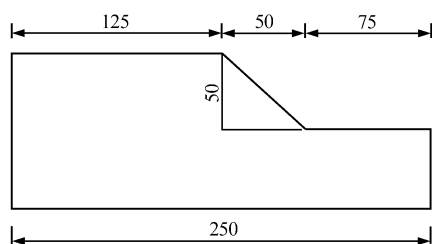


图 3 计算模型 (单位: m)

Fig.3 Computational model (unit: m)

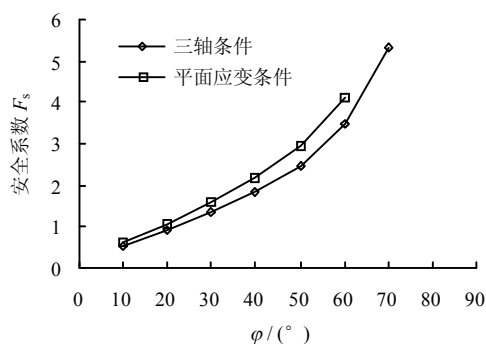
4.2 计算方案

分析 3 组坡角 $\beta = 30^\circ$ 、 45° 、 60° 情况下的边坡稳定性。采用中国水科院 STAB 软件中 spencer 法进行计算，分别采用三轴试验强度参数及与之对应的平面应变强度参数进行对比分析。

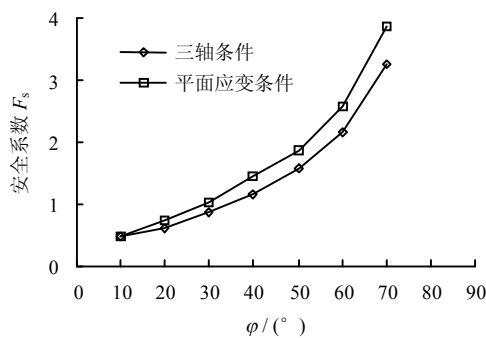
4.3 计算结果

计算结果如图 4 所示。通过分析对比发现，三轴试验条件下，当内摩擦角在 $10^\circ \sim 20^\circ$ 之间时，边坡稳定性计算结果较与之对应的平面应变条件下计算结果相差不大；当内摩擦角大于 20° 时，两者相差在 19% 左右。对比结果仅适合本例，并不具

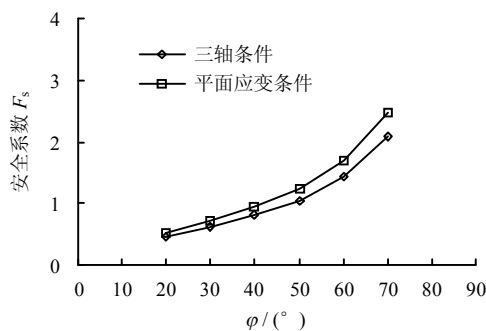
有普适性，边坡稳定性计算过程中由于采用这两种不同强度参数导致的计算差距还有待于进一步研究，并且，通过计算发现不同强度参数下对应的临界滑面形状及深度会有所改变，以坡角 45° 情况为例（见图 5），不同强度参数下（本文通过不同内摩擦角分别为 20° 、 30° 、 40° 、 50° 、 60° 及各自对应的平面应变条件下强度参数）的临界滑面，其形状和深度会随内摩擦角的增加而变陡和变浅，与文献[15]研究成果基本一致，也就意味着平面应变条件下由于内摩擦角较三轴试验条件下大，由计算搜索的临界滑面较三轴情况下深度变浅，形状变陡，其计算结果并不与两种条件下强度比值有关系。



(a) 坡角 $\beta = 30^\circ$



(b) 坡角 $\beta = 45^\circ$



(c) 坡角 $\beta = 60^\circ$

图 4 边坡稳定性对比

Fig.4 Comparison of safety factors of slope

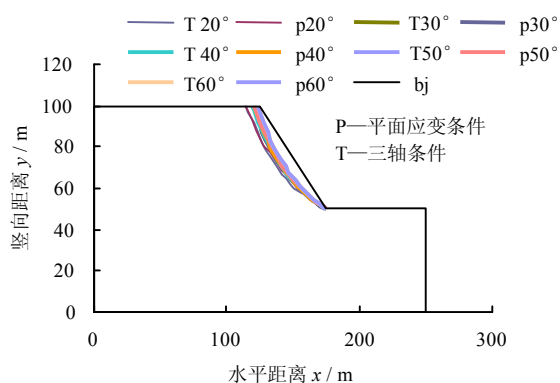


图5 不同强度参数下的临界滑面位置

Fig.5 Locations of critical slip surface under different strength parameters

本文计算结果与赵衡等^[16]计算得出的差距15%较为接近,也从侧面反映由提出的平面应变条件下边坡稳定性计算方法的合理性。

5 结 论

(1) 在边坡工程中,土体应力条件可简化为平面应变状态。常用的三轴试验强度参数低估了土体实际强度,导致计算结果偏于保守,造成一定的经济浪费。本文提出的边坡稳定性计算方法充分考虑了平面应变条件下中主应力对土体强度的影响,建立了合理的平面应变条件下边坡稳定性评价方法。

(2) 建立在修正中主应力上的边坡稳定性分析,采用了更为接近实际情况的土体强度参数(较三轴试验强度参数大),由此计算得出的临界滑面的形状变陡了,深度变浅了。

(3) 三轴试验条件下,内摩擦角低于 20° 时,采用三轴强度参数与平面应变强度参数计算得到的边坡稳定系数相差不大;当内摩擦角大于 20° 时,采用平面应变条件下强度参数计算得出的边坡稳定系数较采用三轴强度参数得出的边坡稳定系数大19%左右,这一结果只限于本计算案例。在边坡稳定分析中,由于采用三轴强度计算导致的与实际平面应变条件下的误差还有待于进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 李广信, 黄永男, 张其光. 土体平面应变方向上的主应力[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(3): 358—361.
LI Guang-xin, HUANG Yong-nan, ZHANG Qi-guang. The principal stress of soil in the direction of plane strain[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 23(3): 358—361.
- [2] 邓楚键, 郑颖人, 朱建凯. 平面应变条件下 M-C 材料

屈服时的中主应力公式[J]. 岩土力学, 2008, 2(2): 310—314.

DENG Chu-jian, ZHENG Ying-ren, ZHU Jian-kai. Formula of intermediate principal stress at failure for Mohr-Coulomb material in plane strain state[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 2(2): 310—314.

- [3] 张常光, 胡云世, 赵均海. 平面应变条件下非饱和土抗剪强度统一解及应用[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 32—37.

ZHANG Chang-guang, HU Yun-shi, ZHAO Jun-hai. Unified solution of shear strength for unsaturated soil under plane strain condition and its application[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, 33(1): 32—37.

- [4] 陈秋南, 张永兴, 周小平. 三向应力作用下的 Rankine 被动土压力公式[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 880—882.

CHEN Qiu-nan, ZHANG Yong-xing, ZHOU Xiao-ping. Formula of Rankine passive earth pressure in triaxial state of stress[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(5): 880—882.

- [5] 张健, 胡瑞林, 余文龙, 等. 考虑中主应力影响倾斜填土面朗肯土压力参数的敏感性分析[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(10): 1566—1572.

ZHANG Jian, HU Rui-lin, YU Wen-long, et al. Sensitivity analysis of parameters of Rankine's earth pressure with inclined surface considering intermediate principal stress[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, 32(10): 1566—1572.

- [6] 路德春, 姚仰平, 周安楠. 土体平面应变条件下的主应力关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(11): 2320—2326.

LU De-chun, YAO Yang-ping, ZHOU An-nan. Relationship between principal stresses of soil mass under plane strain condition[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(11): 2320—2326.

- [7] 江强, 朱建明, 姚仰平. Lade-Duncan 破坏准则在地基承载力计算中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(18): 3262—3265.

JIANG Qiang, ZHU Jian-ming, YAO Yang-ping. Application of Lade-Duncan failure criterion to calculation of bearing capacity of foundations[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(18): 3262—3265.